

# OTTIMIZZAZIONE DELLA FORMA DEI GANCI PER APPARECCHI DI SOLLEVAMENTO

di Giuseppe Giudice

Università degli Studi di Napoli, Facoltà di Ingegneria, Istituto di Costruzione di Macchine.

## INTRODUZIONE E SCOPO DEL LAVORO

Forse la più sentita esigenza nella progettazione delle macchine è la riduzione dei costi dei componenti a parità di prestazioni, che, per elementi strutturali, sono esprimibili in termini di carichi sopportabili.

Questo problema può essere affrontato riconducendolo a quello matematico della ricerca del minimo di una funzione, che rappresenta il costo, nel rispetto di un certo numero di vincoli, che esprimono le esigenze di ingombro, resistenza e rigidità dell'organo.

Le variabili del problema sono, in genere, opportune grandezze geometriche caratterizzanti l'elemento; più raramente sono quantità meccaniche riguardanti il materiale di cui esso è costituito. Prescindendo dalle variazioni di queste, e quindi prendendo in considerazione materiali omogenei ed isotropi, l'approccio più generale all'ottimizzazione di organi di macchine deve considerare variabile la loro forma; questa variabilità deve riflettersi nella scelta delle variabili indipendenti del problema matematico. In tal caso si parla di "ottimizzazione di forma" (shape optimization), un cui tipico problema è quello affrontato dall'autore in lavori precedenti, ed ora ripreso con maggiore profondità di indagine, del gancio semplice per apparecchi di sollevamento.

Esso è stato affrontato per indagare se sia possibile, allontanandosi dalle forme previste dall'unificazione, ottenere un migliore sfruttamento del materiale e quindi una diminuzione di peso a parità di portata. Si può ammettere infatti che il costo del gancio sia proporzionale al suo peso o, il che è lo stesso, al suo volume.

## DEFINIZIONE DELLA FORMA

La forma del gancio è stata definita a partire dalla sua proiezione sul piano di simmetria (fig. 1) che è limitata dalle due curve di intradosso e di estradosso, costituite da un insieme di archi di circonferenza e segmenti di rette ad essi tangenti.

La definizione delle due curve può essere ottenuta assegnando nove quantità geometriche indicate in fig. 1 con i simboli della tab. DIN 15401, ossia il diametro  $d_1$  del gambo, il diametro di alloggiamento  $a_1$ , i raggi  $r_3$ ,  $r_4$ ,  $r_5$  ed  $r_7$ , la larghezza  $h_1$  della sezione di momento massimo e le ordinate  $e_1$  ed  $e_2$  dei centri di curvatura. Le dette quantità sono state adimensionalizzate rispetto al diametro  $d_1$  del gambo e sono state fatte variare in intervalli più ampi di quelli previsti dalle norme. Ulteriori variabili occorrono per definire la forma delle sezioni perpendicolari alla curva intradosso. Sono state considerate quattro sezioni fondamentali indicate in fig. 1 come

A-A .... D-D. Le loro forme sono state definite in base allo spessore in corrispondenza di alcuni punti della loro larghezza massima. Le due sezioni estreme A-A e D-D sono state considerate circolari. Gli spessori delle altre due sezioni hanno perciò costituito un secondo insieme di dieci variabili di forma, indicate con  $ct(1,1) - ct(5,1)$  per la sezione C-C e con  $ct(1,2) - ct(5,2)$  per la sezione B-B. Gli spessori delle sezioni intermedie tra quelle fondamentali sono stati calcolati mediante interpolazione con l'uso di spline cubiche.

Tutte le dimensioni sono state, come già detto, riferite al diametro del gambo, il peso proprio è stato considerato nullo ed il materiale omogeneo, isotropo e linearmente elastico; in queste ipotesi le tensioni in ogni punto del gancio, a parità di forma, sono proporzionali al carico esterno. Se questo è lasciato costante, le tensioni risultano funzione dei soli parametri di forma.

#### SCELTA E CALCOLO DELLA FUNZIONE OBIETTIVO

Per tenere conto della duplice esigenza di diminuire il volume e la tensione massima a parità di portata, la funzione obiettivo è stata così definita:

$$f = \max_P \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{V}{V_0} + \frac{|\sigma(P)|}{\sigma_{\max,0}} \right) \right]$$

in cui  $V$  è il volume del gancio nella configurazione in studio,  $V_0$  è il volume nella configurazione di riferimento,  $\sigma(P)$  è il valore della massima componente principale di tensione nel punto  $P$  della superficie esterna,  $\sigma_{\max,0}$  è il massimo valore assoluto della  $(P)$  per la configurazione di riferimento, ossia

$$\sigma_{\max,0} = \max_P |\sigma(P)|$$

Per ogni configurazione la  $f$  è stata calcolata mediante analisi FEM utilizzando elementi tridimensionali ad 8 nodi (bricks) nel codice SUPERSAP su compatibile IBM-AT.

La suddivisione in elementi è stata fatta in modo che nelle diverse configurazioni rimanesse invariata la topologia del reticolo. Ciò consente di identificare i punti che nelle successive analisi occupano le stesse posizioni all'interno dello stesso elemento e di considerarli senz'altro un unico punto  $P$ .

Tutte le variabili che compaiono nell'espressione di  $f$  sono funzioni dei parametri di forma; la  $\sigma$  varia anche in funzione del predetto punto  $P$ . La presenza dell'operatore MAX nella funzione  $f$  si giustifica considerando che al variare della forma varia, in generale, la posizione del punto più sollecitato. Ciò, però, rende la funzione  $P$  non derivabile su alcune ipersuperfici del dominio. L'ottimizzazione deve, a rigore, essere compiuta per ciascuno dei sottodomini in cui la  $f$  risulta derivabile.

Il valore assoluto è stato introdotto per tenere conto sia della massima tensione di trazione che di quella di compressione, ugualmente significative per un materiale a comportamento simmetrico.

#### IMPOSTAZIONE DEL PROBLEMA DI MINIMO

Il problema da risolvere è dunque quello di cercare il

minimo della  $f$ , considerata funzione delle variabili di forma, in un opportuno dominio dello spazio delle dette variabili; i valori massimi e minimi ammessi per ciascuna di esse sono riportati in Tab. I.

Per assicurare l'esistenza delle tangenti tra le circonferenze sono stati imposti anche i seguenti vincoli

$$r_4 + \frac{a_1}{2} \leq \sqrt{\left(e_1 - \frac{a_1}{2}\right)^2 + \left(r_4 - \frac{d_1}{2}\right)^2}$$

$$r_6 + r_3 \leq \sqrt{\left(\frac{a_1}{2} + h_1 - r_6 - r_3 - \frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(e_1 - \frac{a_1}{2}\right)^2}$$

In queste espressioni, per quanto detto,  $d_1 = 1$ .

#### METODO UTILIZZATO

Il metodo fondamentale usato è quello della proiezione del gradiente [1], adatto per funzioni non lineari. Inizialmente concepito per vincoli lineari, esso può essere adattato, a costo di qualche complicazione nel calcolo, per vincoli non lineari.

Sia data la matrice  $\underline{\underline{N}}_q$ , le cui colonne sono i gradienti dei  $q$  vincoli attivi, opportunamente linearizzati se non lineari. Essa è una matrice, di  $n$  righe e  $q$  colonne, di rango  $q$ . Se  $\underline{x}^{(k)}$  è il punto raggiunto alla  $k$ -esima iterazione, il punto successivo sarà ricercato con la formula

$$\underline{x}^{(k+1)} = \underline{x}^{(k)} + \alpha \underline{s}$$

in cui  $\underline{s}$  è la direzione di ricerca ed  $\alpha$  è la lunghezza del passo.

La direzione  $\underline{s}$  deve essere discendente quindi, detto  $\underline{g}$  il gradiente della funzione  $f$ , sarà

se i vincoli sono tutti non attivi ( $q=0$ ) e

$$\underline{s} = -\underline{g} + \underline{\underline{N}}_q \lambda$$

con  $\lambda = (\underline{\underline{N}}_q^T \underline{\underline{N}}_q)^{-1} \underline{\underline{N}}_q^T \underline{g}$

se il numero  $q$  dei vincoli attivo è maggiore di zero.

Se  $s \neq 0$ ,  $\alpha$  sarà scelto in modo da minimizzare  $f$  lungo la direzione di  $s$  nel rispetto dei vincoli; può infatti accadere che diventi attivo un vincolo che precedentemente non lo era.

Il vettore  $\lambda$  prende il nome di "stima del primo ordine dei moltiplicatori di Lagrange" e risulta uguale al vettore dei moltiplicatori di Lagrange se  $s = 0$ . In questo caso, se una delle componenti del vettore  $\lambda$  è negativa il vincolo corrispondente deve essere rimosso.

Nel caso di vincoli tutti non attivi il metodo coincide con quello della discesa più ripida (steepest descent).

#### ESECUZIONE DEI CALCOLI E RISULTATI

Nello studio finora svolto, a causa della mancanza di un codice di calcolo atto a fornirle direttamente, i valori delle derivate della funzione obiettivo sono stati calcolati mediante successive rianalisi FEM.

Per limitare il numero delle corse e quindi il tempo macchina, gli intervalli ammissibili per le variabili sono stati opportunamente quantizzati, con passo reso più fitto man mano che l'analisi procedeva. Per la stessa ragione, nelle fasi iniziali del calcolo si è utilizzato in qualche punto il gradiente calcolato in un punto vicino, accettando il relativo errore nel calcolo della direzione discendente.

Il punto iniziale è stato scelto, anche in base a studi precedenti, in modo che fosse rappresentativo di un gancio geometricamente simile a quelli previsti dalla normativa per portate medie (10000 - 15000 N).

Le coordinate del punto finale sono riportate in tab. I e la sezione B-B del gancio corrispondente è riportata in fig. 2. Con questo proporzionamento si realizza una diminuzione del 15% del peso e del 12% nel valore max della tensione rispetto alla configurazione iniziale.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Morris, A. J. (ed.), "Foundations of Structural Optimization: A Unified Approach", John Wiley & sons, 1982.
- [2] UNI 4392
- [3] DIN 15401.
- [4] Ding, Y., "Shape optimization of Structures: A Literature Survey", Computers & Structures, Vol. 24, p. 985-1004, 1986.
- [5] Gallagher, R.H. - Zienkiewicz O.C. (ed.), "Optimum Structural Design", John Wiley, New York, 1973.
- [6] Imam, M.H., "Three Dimensional Shape Optimization", Int. J. Num. Meth. Eng., V. 18, p. 661-73, 1982.
- [7] Choi, K.K. - Haugh, E.J., "Shape Design Sensitivity Analysis of Elastic Structures", J. Struct. Mech., v. 11, p. 231-69, 1983.
- [8] Atrek, E. - Gallagher, R.H. - Ragsdell, K.M. - Zienkiewicz, O.C., "New Directions in Optimum Structural Design", J. Wiley, New York, 1984.

TAB I

Variabile	Limite		Valore	
	inf.	sup.	iniz.	fin.
$a_1$	1.3	1.9	1.60	1.65
$e_1$	3.3	4.3	3.80	3.83
$e_2$	3.6	4.6	4.10	4.01
$h_1$	1.2	1.8	1.50	1.67
$r_3$	0.7	2.3	1.50	1.52
$r_4$	2.0	3.8	2.90	2.89
$r_6$	1.9	2.3	1.90	1.92
$r_7$	1.8	2.0	1.90	1.89
ct (1, 1)	0.8	2.4	1.50	1.52
ct (2, 1)	0.4	1.2	1.00	0.99
ct (3, 1)	0.3	1.1	0.70	0.60
ct (4, 1)	0.4	1.2	0.80	0.70
ct (5, 1)	0.4	2.0	1.20	1.10
ct (1, 1)	0.8	2.4	1.50	1.54
ct (2, 1)	0.4	1.2	1.00	1.01
ct (3, 1)	0.3	1.1	0.70	0.63
ct (4, 1)	0.4	1.2	0.80	0.70
ct (5, 1)	0.4	2.0	1.20	1.12

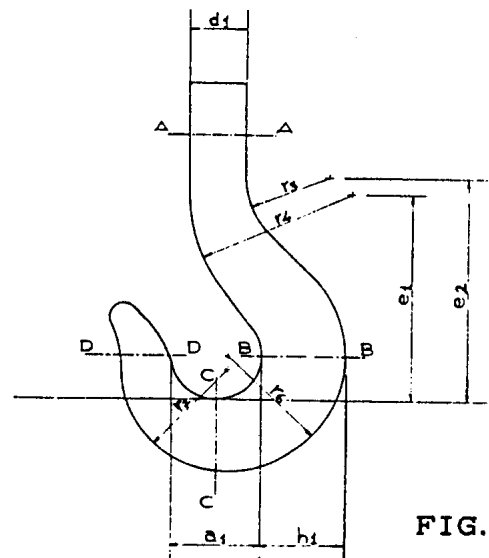


FIG. 1

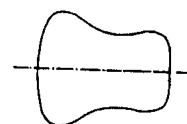


FIG. 2