17. Trasmissioni

17.1 Generalità

Vediamo quale forma devono avere due corpi rotolanti l'uno sull'altro per trasmettere moto tra due assi comunque disposti nelllo spazio e con legge qualsiasi. Naturalmente data l'enorme generalità del problema ci limiteremo a dare qualche principio generale e a discutere alcuni casi particolari interessanti.

Dati due assi a e b, ci proponiamo di determinare la forma che devono avere i due corpi C_a e C_b, rotanti rispettivamente intorno a tali assi, affinché il loro moto avvenga per continuo contatto di sviluppo, cioè affinché due punti coincidenti delle loro superfici si spostino nella medesima direzione e con la stessa velocità assoluta.

Siano ω_a e ω_b le velocità angolari intorno ai due assi a e b e sia AB la minima distanza tra i detti assi (fig. 17.1)

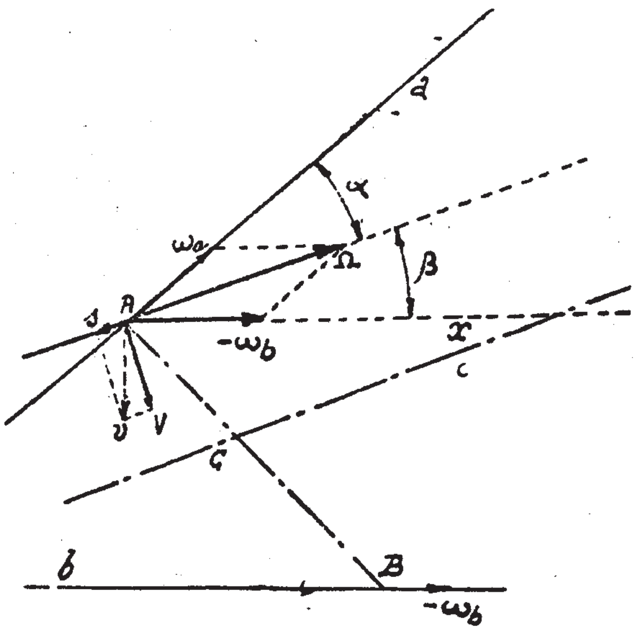

Figura 17.1: Trasmissione del moto attorno ad assi comunque disposti nello spazio.

Ci proponiamo di dimostrare che: *Il moto relativo dei due corpi C_a e C_b si può in generale ridurre in ciascun istante ad una rotazione intorno ad un asse c e ad uno scorrimento parallelo allo stesso asse.*

Premettiamo che le rotazioni si compongono tra loro come vettori, per cui se due assi sono concorrenti la rotazione somma delle due è diretta secondo un asse concorrente con gli altri due e la cui direzione è data dalla diagonale della regola del parallelogrammo.

Attribuiamo a tutto il sistema la velocità angolare $-\omega_b$ intorno all'asse b: ciò equivale a guardare il moto da un sistema di riferimento solidale al corpo C_b, che ora appare immobile.

Lo stesso risultato si ottiene dando al sistema una rotazione $-\omega_b$ intorno all'asse x parallelo a b e passante per A ed una traslazione in direzione normale ad x di velocità

$$v = \omega_b \overline{\mathrm{AB}}$$

Componiamo le due rotazioni ω_a e $-\omega_b$ intorno agli assi concorrenti a e x nella rotazione risultante di velocità angolare Ω intorno all'asse c' la cui direzione è definita dalla relazione

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \tag{1}$$

Decomponiamo la velocità v di traslazione in due componenti s e V secondo la direzione di c, ossia di Ω e la sua normale

$$s = v\sin\beta$$

$$V = v\cos\beta$$

Componiamola rotazione Ω e la traslazione V in un'unica rotazione di uguale velocià angolare intorno all'asse c parallelo a c' e passante per un punto C di AB tale che sia

$$V = \Omega\overline{\mathrm{AC}}$$

con ciò avremo ridotto il movimento del sistema ad una rotazione Ω intorno a c a ad una traslazione s lungo c, ossia ad un movimento elicoidale relativo all'asse c con velocità Ω e con velocità di scorrimento s.

La direzione e la posizione dell'asse c dipendono dalla posizione degli assi a e b e dalla grandezza, e soprattutto dal verso, delle due velocità angolari ω_a e ω_b. Possiamo infatti scrivere

$$\overline{\mathrm{AC}} = \frac{V}{\Omega} = \frac{v\cos\beta}{\Omega} = \frac{\omega_b\overline{\mathrm{AB}}\cos\beta}{\Omega}$$

Con analogo procedimento si potrenne ottenere:

$$\overline{\mathrm{BC}} = \frac{V}{\Omega} = \frac{v\cos\beta}{\Omega} = \frac{\omega_a\overline{\mathrm{AB}}\cos\alpha}{\Omega}$$

per cui

$$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{\omega_b\cos\beta}{\omega_a\cos\alpha} \tag{2}$$

Se i valori di ω_a e ω_b sono variabili col tempo, varia col tempo la posizione dell'asse elicoidale c e ciascuna delle sue posizioni rappresenterà un asse elicoidale istantaneo. Considerando tale asse c solidale all'asse a (o all'asse b) avremo, per effetto della rotazione ω_a (o ω_b), che il luogo dei successivi assi c verrà a costituire due superficie rigate[1] assoidi[2] che possiamo assumere a rappresentare la forma dei due corpi C_a e C_b rotanti attorno ad a e b.

In tal caso il moto relativo dei due corpi C_a e C_b si riduce ad una rotazione e contemporaneo scorrimento intorno all'asse elicoidale istantaneo lungo il quale si toccano le due superfici assoidi.

Se in particolare il rapporto tra le velocià angolari (rapporto di trasmissione) è costante, le due superfici assoidi diventano due iperboloidi di rivoluzione (fig. 17.2) generati dalla rotazione della retta c intorno all'asse a e intorno all'asse b.

Si possono distinguere due casi:

[1]superficie formate da una semplice infinità di rette.
[2]cioè luoghi di assi istantanei

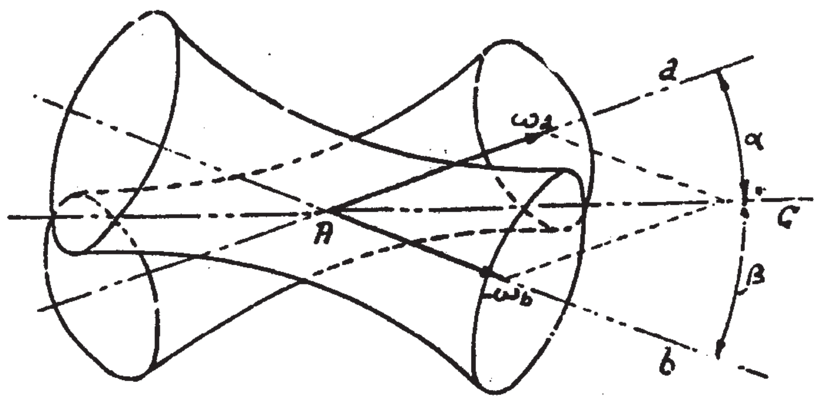

Figura 17.2: Trasmissione del moto attorno ad assi comunque disposti nello spazio. Caso del rapporto di trasmissione costante.

1. Se

$$\alpha = \beta = 0$$

cioè se gli assi a e b sono paralleli l'asse c risulta parallelo agli altri due: cioè i due iperboloidi di rivoluzione diventano due cilindri a sezione circolare.

In tal caso la (2) diventa:

$$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{\omega_b}{\omega_a} \qquad (2')$$

il che significa che i raggi dei cilindri stanno tra loro nel rapporto inverso delle velocità angolari.

Dalle precedenti relazioni risulta anche

$$s = 0$$

cioè il moto relativo si riduce ad un semplice moto di rotazione.

2. Se

$$\overline{\mathrm{AB}} = 0$$

cioè se gli assi a e b sono incidenti[3], i due iperboloidi diventano due coni a sezione circolare definiti dalla condizione (1). Dalle precedenti relazioni, essendo $v = 0$, risulta anche

$$s = 0$$

cioè anche in questo caso il moto relativo si riduce ad un semplice moto di rotazione senza strisciamento.

La presenza dello strisciamento comporta ovviamente una dissipazione di energia; per questa ragione la trasmissione tra assi sghembi non viene impiegata se non quando la potenza da trasmettere è piuttosto piccola e quindi si può tollerare un piccolo valore del rendimento.

[3] o *concorrenti*, come si dice in gergo.

17.2 Ruote di frizione

Se ai corpi rotolanti si dà la forma delle superfici assoidi sopra determinate si hanno le *ruote di frizione* cosiddette perché affinché si abbia effettiva trasmissione di potenza occorre l'intervento della forza di attrito.

Le due ruote vengono pressate fortemente l'una contro l'altra e se l'una è posta in moto riesce a trascinare anche l'altra. Il caso più comune è quello ruota-rotaia (o ruota-strada) in cui ovviamente una delle due ruote ha in realtà un raggio infinito. È chiaro che in questo caso il 'trascinamentò della rotaia è presente nel sistema di riferimento in cui il veicolo è fermo.

L'inconveniente principale delle ruote di frizione è la necessità di avere una notevole forza di chiusura per generare una sufficiente forza di attrito. Ciò causa ben presto un sovraccarico degli alberi e addirittura deformazione plastica o comunque usura dei corpi rotolanti; perciò le ruote di frizione sono adatte solo per trasmissione di piccole potenze.

Per superare l'inconveniente si può:

- aumentare il coefficiente di attrito (anticamente si interponeva il cuoio), come per esempio nelle trasmissioni Stevans ed Evans,
- creare dispositivi particolari, per aumentare la forza di chiusura senza sovraccaricare gli assi (sistema Garrad (fig. 17.3))
- disporre sulla superficie delle ruote delle scanalature circonferenziali (soluzione possibile solo con le ruote cilindriche)

però il sistema migliore è di disporre scanalature in senso assiale (più precisamente nel senso dello scorrimento s ricavato nel paragrafo precedente) ottenendo così le *ruote dentate*.

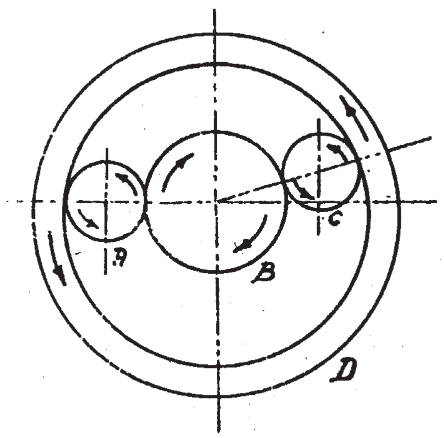

Figura 17.3: Trasmissioni Garrad. La ruota A trasmette il moto a quella B; il rullo C, essendo libero di spostarsi nella direzione normale al piano contenete gli assi di Ae B, viene trascinato dall'anello D e si incunea tra B e D aumentando moltissimo la forza di chiusura, la quale viene contrastata dall'anello D senza creare sovraccarichi sugli alberi.

Si noti che il passaggio *ruote di frizione lisce* → *ruote di frizione scanalate* → *ruote dentate*, corrisponde a quello che nelle trasmissioni flessibili è il passaggio *cinghie lisce* → *cinghie trapezoidali* → *cinghie dentate (o catene)*.