14. Recipienti per altissime pressioni

I risultati del capitolo precedente dicono che la massima pressione a cui i recipienti a parete spessa possono lavorare è una certa frazione della tensione ammissibile (il 100 per cento secondo il criterio della massima tensione, il 50 per cento secondo il criterio della massima tensione tangenziale). Se è necessario superare queste pressioni occorre servirsi di recipenti di tipo particolare, cioè i recipienti cerchiati, autocerchiati e nastrati.

14.1 Recipienti cerchiati

Sono costituiti da due cilindri forzati l'uno dentro l'altro. Il cilindro più interno funge da contenitore del fluido e quello più esterno serve da rinforzo.[1]

Il calettamento deve essere tale da generare una pressione p_c che agisce come pressione interna sul cilindro esterno e come pressione esterna sul recipiente esterno. Per effetto di questa si ha una redistribuzione delle tensioni che porta in conclusione ad uno scarico della parte interna e ad un sovraccarico del recipiente esterno. Il valore di p_c deve essere determinato a priori in base alla pressione di esercizio e alla tensione ammissibile nel materiale, tenendo conto della detta redistribuzione. Il calcolo è facilissimo in quanto non si esce dalla fase elastica e quindi sono pienamente valide le formule di Lamé.

Sia r_i il raggio interno del cilindro interno, r_e il raggio esterno del cilindro esterno e r_c (raggio di calettamento) il valore nominale del raggio esterno del recipiente interno e del raggio interno del recipiente esterno. In realtà i due ultimi raggi sono diversi tra loro in quanto devono essere tali da costituire un montaggio con interferenza, ma la loro differenza rispetto al valore nominale, che sarà ora determinata, è percentualmente trascurabile (meno di un millesimo).

In fase di esercizio il cilindro interno è soggetto alla pressione interna di esercizio p_i e alla pressione esterna di calettamento p_c; il recipiente esterno è invece soggetto alla pressione interna di calettamento p_c.

Se si applica il criterio della massima tensione tangenziale occorre calcolare il valore $\sigma_{eq} = \sigma_t - \sigma_r$, che è massimo in corrispondenza dei due rispettivi raggi interni, ossia r_i per il recipiente interno e r_c per quello esterno. Per il primo vale (applicando le formule di Lamé)

$$\sigma_{eq} = 2(p_i - p_c)\frac{c^2}{c^2 - r_i^2}$$

e per il secondo

$$\sigma_{eq} = 2p_c\frac{r_e^2}{r_e^2 - c^2}$$

Si deve verificare preliminarmente che nessuno di questi due valori ecceda quello ammissibile σ_{amm}. Volendo si può ottenere un uguale grado di sicurezza per entrambi i cilindri eguagliando i due valori e così ottenendo

$$p_c = \frac{p_i}{1 + \frac{r_e^2}{c^2}\frac{c^2 - r_i^2}{r_e^2 - c^2}}.$$

Una volta conosciuta la pressione di calettamento occorrente si determini il valore dell'interferenza necessaria per generarla.

[1] Eventualmente il recipiente più interno può essere costituito da materiale diverso da quello esterno, per esempio da materiale resistente alla corrosione, se necessario.

Per effetto della pressione di calettamento p_c si ha un restringimento del cilindro interno, in corrispondenza del raggio c, pari a

$$u_i = \epsilon_t c = \frac{c}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_r)$$

Le due tensioni si calcolano con le formule di Lamé con $p_i = 0$ (perché siamo in fase di calettamento).

$$\sigma_t = -p_c \frac{c^2 + r_i^2}{c^2 - r_i^2}$$

$$\sigma_r = -p_c$$

Quindi

$$u_i = \frac{p_c c}{E}\left(-\frac{c^2 + r_i^2}{c^2 - r_i^2} + \nu\right)$$

Ovviamente u_i risulta negativo perchè il cilindro interno si restringe. Per il cilindro esterno, ragionando analogamente

$$u_e = \frac{p_c c}{E}\left(\frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2} + \nu\right)$$

Ciò corrisponde ad una allargamento del diametro. Affinchè si abbia il giusto calettamento l'interferenza deve perciò essere

$$\delta = |u_i| + u_e = \frac{p_c c}{E}\left(\frac{c^2 + r_i^2}{c^2 - r_i^2} + \frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2}\right)$$

Quando si ha la messa in esercizio del recipiente, il cilindro interno è sollecitato dalla pressione interna di esercizio p_i e dalla pressione di calettamento p_c.

14.2 Recipienti nastrati

Il recipiente nastrato funziona con lo stesso principio del recipiente cerchiato ma viene realizzato in maniera diversa. La pressione esterna sul cilindro destinato a contenere il fluido viene data dalla tensione di un nastro avvolto ad elica di piccolo passo.

I recipienti realizzati secondo questo metodo constano di un'anima cilindrica relativamente sottile sulla quale viene avvolto, con tensione prefissata, un nastro riscaldato. Quando esso si raffredda si contrae e sottopone a pressione esterna gli strati ad esso sottostanti ed in definitiva l'anima metallica. L'avvolgimento viene effettuato facendo ruotare l'anima nel modo illustrato dalla figura 14.1. La velocità di avvolgimento è di $4 \div 5$ metri al minuto. La temperatura del nastro prima dell'avvolgimento è di $500 \div 800$ gradi centigradi e dopo cinque o sei giri di avvolgimento viene bruscamente raffreddato, dapprima con un getto d'aria e poi con un getto d'acqua, in modo da ottenere la prescritta compressione sugli strati sottostanti. Prima del raffreddamento il mnastro è mantenuto aderente alla superficie del recipiente mediante rulli di pressione. La tensione del nastro è di circa 50 MPa.

Non appena terminato l'avvolgimento di un intero strato si procede alla saldatura dell'estremità e si passa all'avvolgimento dello strato successivo. Il recipente finito, ma ancora senza fondi, si presenta come in figura 14.2.

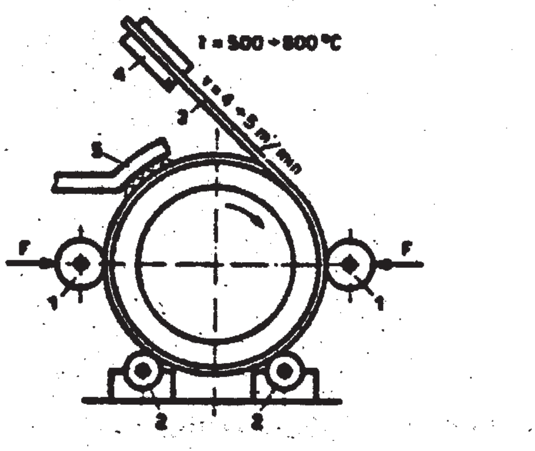

Figura 14.1: Costruzione di recipienti nastrati. 1 - Rulli di compressione; 2 - Rulli di rotolamento; 3 - nastro di acciaio; 4 - Fornetto elettrico di riscaldo; 5 - Raffreddamento ad aria o ad acqua.

14.3 Recipienti autocerchiati

I recipienti autocerchiati vengono preparati sottoponendoli a plasticizzazione nella zona più interna, poi scaricandoli in modo da creare in essi delle tensioni residue, e infine ponendoli in esercizio con la pressione di lavoro. Questa può giungere fino al valore della tensione di precarico senza che si abbia ulteriore plasticizzazione.

Si supponga che si voglia plasticizzare la zona cilindrica compresa tra il raggio interno r_i e un raggio c e che il materiale sia del tipo elastico - idealmente plastico (ossia che dopo lo snervamento si abbia sempre $\sigma = \sigma_s$) e che valga il criterio di plasticizzazione della massima tensione tangenziale, ossia che nella zona plastica si abbia $\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$.

La zona elastica è caratterizzata da un tensione radiale che al raggio c assume il valore $-p_c$, essendo p_c il valore della pressione esercitata dalla parte elastica sulla parte plasticizzata. Ivi deve

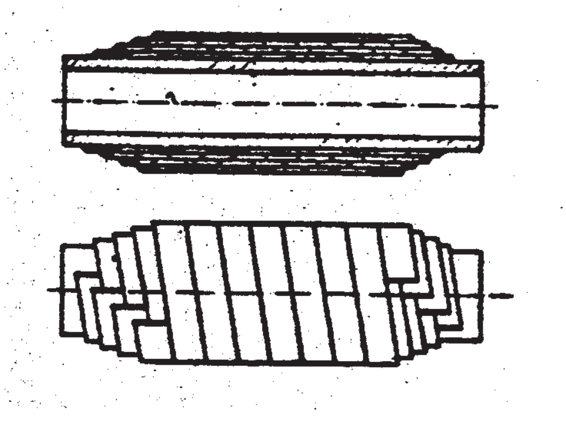

Figura 14.2: Recipiente nastrato

essere $\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$ (condizione di incipiente plasticizzazione) e quindi

$$\sigma_t + p_c = \sigma_s. \tag{1}$$

Supponendo che la pressione esterna sia nulla, la tensione tangenziale si calcola con le equazioni di Lamé

$$\sigma_t = p_c \frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2}$$

dalla quale, sostituendo nella (1) si ricava p_c,

$$p_c = \sigma_c \frac{r_e^2 - c^2}{2r_e^2}$$

Il valore massimo di c è r_e e il corrispondente valore di p_c è zero. Queste condizioni corrispondono, in caso di materiale non incrudente, allo scoppio del recipiente, e saranno sfruttate in seguito per ottenere il valore minimo dello spessore.

Nella zona plastica vale l'equazione

$$\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$$

e quella di equilibrio

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{r} = \frac{\sigma_s}{r}$$

che, essendo a variabili separabili si integra immediatamente

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_s} = \ln \frac{r}{r_0} \tag{2}$$

Particolarizzando per $r = c$, dove $\sigma_r = -p_c$,

$$\frac{-p_c}{\sigma_s} = \ln \frac{c}{r_0},$$

da cui

$$r_0 = c e^{p_c/\sigma_s}, \tag{3}$$

per cui, visto che $e^{p_c/\sigma_s} > 1$, r_0 risulta esterno a c.

La pressione di plasticizzazione, ancora incognita, p_p esercitata sulla parete interna del recipiente si ottiene dalla (2) per $r = r_1$ ricordando che $-p_p = \sigma_r(r = r_i)$:

$$-p_p = \sigma_s \ln \frac{r_i}{r_0}. \tag{4}$$

Allo scarico si producono delle tensioni uguali e opposte a quelle che si avrebbero se la pressione p_p fosse applicata ad un recipiente con le stesse caratteristiche geometriche ma avente un comportamento puramente elastico. Per conseguenza si hanno, in direzione tangenziale, tensioni residue di compressione all'interno e di trazione all'esterno. Esse migliorano lo stato tensionale in fase di esercizio.

Calcoliamo ora lo spessore minimo, ponendoci nelle condizioni limite: identifichiamo la pressione di esercizio p_i con quella di plasticizzazione p_p (mentre deve essere $p_i \le p_p$), e poniamo $c \approx r_e$ (la condizione $c = r_e$ corrisponde allo scoppio). Ricordiamo inoltre che a $c = r_e$ corrisponde $p_c = 0$. Sostituendo nella (3) si ottiene $r_0 = c = r_e$ e dalla (4)

$$-p_p = \sigma_s \ln \frac{r_i}{r_e}$$

e completando le sostituzioni e riordinando

$$\frac{r_e}{r_i} = e^{p_p/\sigma_s}$$

cioè

$$\frac{s}{r_i} = -1 + e^{p_p/\sigma_s}$$

Gli spessori minimi ottenuti con l'applicazione dei vari criteri di resistenza in fase elastica sono riportati nella tabella 14.1, assieme con gli spessori minimi per recipienti autocerchiati.

Tabella 14.1: Spessori s minimi per vari criteri di resistenza e per recipienti autocerchiati

p/σ_{amm}	s/r_i					
	max tens.	max deformazione senza fondi	max deformazione con fondi	max tau	HHvM	autocer. (max tau)
0.05	0.051	0.052	0.044	0.054	0.046	0.051
0.10	0.106	0.109	0.093	0.118	0.100	0.105
0.15	0.163	0.172	0.148	0.195	0.162	0.162
0.20	0.225	0.241	0.208	0.291	0.237	0.221
0.25	0.291	0.319	0.277	0.414	0.328	0.284
0.30	0.363	0.408	0.355	0.581	0.443	0.350
0.35	0.441	0.511	0.446	0.826	0.594	0.419
0.40	0.528	0.633	0.555	1.236	0.804	0.492
0.45	0.624	0.780	0.686	2.162	1.129	0.568
0.50	0.732	0.964	0.852		1.732	0.649
0.55	0.856	1.204	1.069		3.595	0.733
0.60	1.000	1.541	1.374			0.822
0.65	1.171	2.064	1.851			0.916
0.70	1.380	3.069	2.771			1.014
0.75	1.646	6.810	6.211			1.117
0.80	2.000					1.226
0.85	2.512					1.340
0.90	3.359					1.460
0.95	5.245					1.586
1.00						1.718
1.05						1.858
1.10						2.004

Si ripeta ora il ragionamento adottando il criterio di plasticizzazione della massima tensione normale: per essa, nella zona plastica si ha $\sigma_t = \sigma_s$. In quasto caso, al raggio interno c della zona che rimane elastica si ha

$$\sigma_t = \sigma_s = -p_c \frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2}$$

dalla quale si ricava subito p_c che ovviamente, a parità di c, r_e e σ_s, risulta diversa da quella calcolata col criterio della massima tensione tangenziale.

Nella zona plastica si ha $\sigma_t = \sigma_s$, quindi l'equazione di equilibrio si scrive

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{r}$$

che si integra immediatamente così:

$$-\frac{d(\sigma_s - \sigma_r)}{\sigma_s - \sigma_r} = \frac{dr}{r}$$

$$-\ln\frac{\sigma_s - \sigma_r}{(\sigma_s - \sigma_r)_0} = \frac{r}{r_0}$$

$$\frac{\sigma_s - \sigma_r}{(\sigma_s - \sigma_r)_0} = \frac{r_0}{r}$$

$$\sigma_s - \sigma_r = \frac{k}{r}$$

$$\sigma_r = \sigma_s - \frac{k}{r}.$$

Il valore di k si trova particolarizzando l'equazione per $r = c$ dove $\sigma_r = -p_c$. Si trova

$$k = c(\sigma_s + p_c).$$

Quindi

$$\sigma_r = \sigma_s - \frac{c}{r}(\sigma_s + p_c).$$

e la pressione interna di plasticizzazione vale

$$p_p = -\sigma_s + \frac{c}{r_i}(\sigma_s + p_c).$$

In questo caso la condizione di spessore minimo, che si ottiene ponendo $c = r_e$, $p_i = p_p$ e $p_c = 0$ si scrive:

$$p_i = \sigma_s\left(-1 + \frac{r_e}{r_i}\right)$$

e quindi ovviamente

$$\frac{s}{r_i} = \frac{p_i}{\sigma_s}$$

ritrovando paradossalmente la formula delle caldaie.